ARBEITSBLATT | KLASSE 9–10 | SCHWER

Wurzelrechnung

Teil III · Wurzelterme mit Variablen und Definitionsbedingungen

Name _____ Datum _____

Kurz erinnert

Rechne in den reellen Zahlen. Die vereinfachten Terme gelten auf dem Definitionsbereich des jeweiligen Ausgangsterms. Prüfe besonders Radikanden und Nenner.

$\sqrt{x^2} = |x|$

1 Quadrat und Quadratwurzel

Vereinfache so weit wie möglich.

a) $(\sqrt{15x})^2$

b) $(\sqrt{7a^2})^2$

c) $(\sqrt{24a^3})^2$

d) $(\sqrt{a^2y^3})^2$

e) $\sqrt{x^2}$

f) $\sqrt{(3m)^2}$

g) $\sqrt{(x-2y)^2}$

h) $\sqrt{(2m+3n)^2}$

2 Produkte von Wurzeln

Vereinfache so weit wie möglich.

a) $\sqrt{5a} \cdot \sqrt{20a}$

b) $\sqrt{2a^2} \cdot \sqrt{18a^2}$

c) $\sqrt{72k} \cdot \sqrt{2k}$

d) $\sqrt{12x} \cdot \sqrt{3x^3}$

e) $\sqrt{\frac{1}{2}m} \cdot \sqrt{32m}$

f) $\sqrt{\frac{3}{4}x} \cdot \sqrt{\frac{3}{16}x}$

g) $\sqrt{0{,}18a} \cdot \sqrt{2a}$

h) $\sqrt{20y} \cdot \sqrt{1{,}8y}$

Wurzelrechnung

Teil III · Wurzelterme mit Variablen und Definitionsbedingungen

3 Quadratfaktoren in Termen

Ziehe teilweise die Wurzel.

a) $\sqrt{4a}$

b) $\sqrt{25a^2b}$

c) $\sqrt{49xy^2}$

d) $\sqrt{81x^3}$

e) $\sqrt{16m^2n}$

f) $\sqrt{8a}$

g) $\sqrt{48x^4y^3}$

h) $\sqrt{98a^5b^3}$

i) $\sqrt{24a^2b^5}$

k) $\sqrt{54xy^3}$

4 Faktorisieren unter der Wurzel

Vereinfache so weit wie möglich.

a) $\sqrt{9a+9b}$

b) $\sqrt{4x-4y}$

c) $\sqrt{9m-27n}$

d) $\sqrt{36p+108q}$

e) $\sqrt{9x^2y^3-18x^2}$

f) $\sqrt{8ab^2+12ab^3}$

g) $\sqrt{12u^3v^3-8u^2v^2}$

h) $\sqrt{50a^2+75a^2b}$

Wurzelrechnung

Teil III · Wurzelterme mit Variablen und Definitionsbedingungen

5 Gleichartige Wurzeln

Vereinfache so weit wie möglich.

a) $4\sqrt{x} + 3\sqrt{x}$

b) $2\sqrt{a} + 3\sqrt{a} - \sqrt{a}$

c) $5\sqrt{x} + 2\sqrt{y} - 3\sqrt{x} - 4\sqrt{y}$

d) $5\sqrt{a} + 6\sqrt{b} - 8\sqrt{b} + 7\sqrt{a}$

e) $8\sqrt{2x} - 7\sqrt{3y} + 5\sqrt{2x} - 3\sqrt{3y}$

f) $12\sqrt{p} - 3\sqrt{3q} - 5\sqrt{3q} - 6\sqrt{p}$

6 Minusklammern

Vereinfache so weit wie möglich.

a) $5\sqrt{a} - (7\sqrt{b} + 3\sqrt{a}) - \sqrt{a}$

b) $5\sqrt{x} - (3\sqrt{x} + \sqrt{y}) - (\sqrt{x} + 2\sqrt{y})$

c) $-(\sqrt{2a} + 7\sqrt{3b}) - (4\sqrt{2a} - 3\sqrt{3b})$

d) $\sqrt{x} - (2\sqrt{y} + 3\sqrt{z}) - (\sqrt{x} - \sqrt{y} - \sqrt{z})$

ARBEITSBLATT | KLASSE 9–10 | SCHWER

Wurzelrechnung

Teil III · Wurzelterme mit Variablen und Definitionsbedingungen

7 Binomische Formeln mit Wurzeln

Vereinfache so weit wie möglich.

a) $(\sqrt{32x} + \sqrt{8x})\sqrt{0{,}5x}$

b) $\sqrt{0{,}2a} \cdot (\sqrt{5a} - \sqrt{80a})$

c) $(\sqrt{x^3} - \sqrt{2y})(\sqrt{x^3} + \sqrt{2y})$

d) $(\sqrt{5x^5} + \sqrt{2})(\sqrt{5x^5} - \sqrt{2})$

e) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$

f) $(2\sqrt{a} - 3\sqrt{b})^2$

g) $(3\sqrt{x} + 2\sqrt{y})^2$

h) $(\sqrt{5} - \sqrt{b})^2$

8 Definitionsbedingungen

Vereinfache und gib an, für welche reellen Werte der Ausgangsterm definiert ist.

a) $(3 - \sqrt{x-1})(3 + \sqrt{x-1})$

b) $\sqrt{x^2 + 2x + 1}$

c) $\sqrt{2x} \cdot \sqrt{50y^2x}$

9 Nenner mit Variablen

Mache den Nenner rational und beachte den Definitionsbereich.

a) $\dfrac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}}$

b) $\dfrac{\sqrt{\frac{a^2}{b}}}{\sqrt{b}}$

c) $\dfrac{\sqrt{xy}}{\sqrt{\frac{x}{y}}}$

d) $\dfrac{\sqrt{x^2y^3}}{\sqrt{y}}$

Wurzelrechnung

Teil III · Wurzelterme mit Variablen und Definitionsbedingungen

Aufgabe 1 · Quadrat und Quadratwurzel

Beim Quadrat einer Quadratwurzel erhältst du den Radikanden zurück. Beim Radizieren eines Quadrats entsteht der Betrag.

a) $15x$

b) $7a^2$

c) $24a^3$

d) $a^2\mathrm{y}^3$

e) $|x|$

f) $3|\mathrm{m}|$

g) $|x - 2\mathrm{y}|$

h) $|2\mathrm{m} + 3\mathrm{n}|$

Aufgabe 2 · Produkte von Wurzeln

Fasse die Wurzeln mit der Produktregel zusammen. Bei a), c), e)–h) erzwingt der ursprüngliche Radikand bereits eine nichtnegative Variable.

a) $\sqrt{100a^2} = 10a$

b) $\sqrt{36a^4} = 6a^2$

c) $\sqrt{144\mathrm{k}^2} = 12\mathrm{k}$

d) $\sqrt{36x^4} = 6x^2$

e) $\sqrt{16\mathrm{m}^2} = 4\mathrm{m}$

f) $\sqrt{\frac{9}{64}x^2} = \frac{3}{8}x$

g) $\sqrt{0{,}36a^2} = 0{,}6a$

h) $\sqrt{36\mathrm{y}^2} = 6\mathrm{y}$

Wurzelrechnung

Teil III · Wurzelterme mit Variablen und Definitionsbedingungen

Aufgabe 3 · Quadratfaktoren in Termen

Bei b), c), e), g), h), i) und j) gilt zusätzlich: Ist der ausgeklammerte Faktor null, ist die ursprüngliche Wurzel null, auch wenn der neue Radikand negativ wäre. Dann gib den Wert 0 direkt an.

a) $2\sqrt{a}$

b) $5|a|\sqrt{b}$

c) $7|\mathrm{y}|\sqrt{x}$

d) $9x\sqrt{x}$

e) $4|\mathrm{m}|\sqrt{\mathrm{n}}$

f) $2\sqrt{2a}$

g) $4x^2|\mathrm{y}|\sqrt{3\mathrm{y}}$

h) $7a^2|b|\sqrt{2ab}$

i) $2|a|b^2\sqrt{6b}$

k) $3|\mathrm{y}|\sqrt{6x\mathrm{y}}$

Aufgabe 4 · Faktorisieren unter der Wurzel

Klammere zuerst unter der Wurzel aus. Bei e)–h) ist die ursprüngliche Wurzel bei einem ausgeklammerten Faktor von null direkt 0.

a) $3\sqrt{a+b}$

b) $2\sqrt{x-\mathrm{y}}$

c) $3\sqrt{\mathrm{m}-3\mathrm{n}}$

d) $6\sqrt{\mathrm{p}+3\mathrm{q}}$

e) $3|x|\sqrt{\mathrm{y}^3-2}$

f) $2|b|\sqrt{2a+3ab}$

g) $2|\mathrm{uv}|\sqrt{3\mathrm{uv}-2}$

h) $5|a|\sqrt{2+3b}$

Wurzelrechnung

Teil III · Wurzelterme mit Variablen und Definitionsbedingungen

Aufgabe 5 · Gleichartige Wurzeln

Ordne die Terme nach ihrem Radikanden und fasse die Vorfaktoren zusammen.

a) $7\sqrt{x}$

b) $4\sqrt{a}$

c) $2\sqrt{x} - 2\sqrt{y}$

d) $12\sqrt{a} - 2\sqrt{b}$

e) $13\sqrt{2x} - 10\sqrt{3y}$

f) $6\sqrt{p} - 8\sqrt{3q}$

Aufgabe 6 · Minusklammern

Ein Minus vor der Klammer ändert die Vorzeichen aller Summanden in der Klammer.

a) $\sqrt{a} - 7\sqrt{b}$

b) $\sqrt{x} - 3\sqrt{y}$

c) $-5\sqrt{2a} - 4\sqrt{3b}$

d) $-\sqrt{y} - 2\sqrt{z}$

Wurzelrechnung

Teil III · Wurzelterme mit Variablen und Definitionsbedingungen

Aufgabe 7 · Binomische Formeln mit Wurzeln

Multipliziere aus oder verwende eine passende binomische Formel. Bei a) und b) folgt aus den Radikanden, dass die Variable nichtnegativ ist.

a) $\sqrt{16x^2} + \sqrt{4x^2} = 6x$

b) $\sqrt{a^2} - \sqrt{16a^2} = -3a$

c) $x^3 - 2y$

d) $5x^5 - 2$

e) $a + 2\sqrt{ab} + b$

f) $4a - 12\sqrt{ab} + 9b$

g) $9x + 12\sqrt{xy} + 4y$

h) $5 - 2\sqrt{5b} + b$

Aufgabe 8 · Definitionsbedingungen

Jeder Radikand muss vor dem Umformen größer oder gleich null sein. Prüfe die Bedingung am Ausgangsterm.

a) $10 - x \quad [x \geq 1]$

b) $\sqrt{(x+1)^2} = |x+1| \quad [x \in \mathbb{R}]$

c) $\sqrt{100x^2y^2} = 10x|y| \quad [x \geq 0, y \in \mathbb{R}]$

Aufgabe 9 · Nenner mit Variablen

Hier kannst du die Quotientenregel direkt anwenden. Der ursprüngliche Nenner muss definiert und von null verschieden sein.

a) $\sqrt{x^2} = x \quad [x > 0]$

b) $\sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = \frac{|a|}{b} \quad [b > 0]$

c) $\sqrt{y^2} = |y| \quad [y \neq 0, \frac{x}{y} > 0]$

d) $\sqrt{x^2y^2} = |x|y \quad [y > 0]$