
Ratensparen

Frau Müller schließt mit ihrer Bank einen Ratensparvertrag ab, bei dem sie jeweils zu Beginn eines Jahres über die Dauer von 3 Jahren einen Betrag von 800 € einahlt. Der Zinssatz bleibt mit 6,5 % über die gesamte Laufzeit unverändert.

Sparguthaben nach 1 Jahr: $800,00 \cdot 1,065 = 852,00 \text{ €}$

Sparguthaben nach 2 Jahren: $(852,00 + 800,00) \cdot 1,065 = 1759,38 \text{ €}$

Sparguthaben nach 3 Jahren: $(1759,38 + 800,00) \cdot 1,065 = 2725,74 \text{ €}$

Das Sparguthaben nach 3 Jahren lässt sich auch ohne Zwischenergebnisse berechnen:

$$K_3 = [(800 \cdot 1,065 + 800) \cdot 1,065 + 800] \cdot 1,065 = 2725,74 \text{ €}$$

Das Kapital nach Ablauf der 3 Jahren kann auch auf eine zweite Art berechnet werden.

Die 1. Einzahlung wächst bis zum Ende des 3. Jahres auf: $800,00 \cdot 1,065^3 = 966,36 \text{ €}$

Die 2. Einzahlung wächst bis zum Ende des 3. Jahres auf: $800,00 \cdot 1,065^2 = 907,38 \text{ €}$

Die 3. Einzahlung wächst bis zum Ende des 3. Jahres auf: $800,00 \cdot 1,065 = 852,00 \text{ €}$

Für die Summe der Einzahlungen gilt: $K_3 = 800 \text{ €} (1,065^3 + 1,065^2 + 1,065) = 2.725,74 \text{ €}$

Allgemein gilt also: $K_n = r \cdot (q^n + q^{n-1} + \dots + q)$

Aufgabe 1

Berechne den Sparbetrag für

- eine Rate von 500 € über 3 Jahre bei einem Zinssatz von 7,0 %.
- eine Rate von 1.200 € über 4 Jahre bei einem Zinssatz von 8,75 %.
- eine Rate von 3.500 € über 6 Jahre bei einem Zinssatz von 10,25 %.

Aufgabe 2

Berechne die Rate für

- einen Sparbetrag von 2.482,59 € nach 3 Jahren beim Zinssatz von 5 %.
- einen Sparbetrag von 15.386,85 € nach 4 Jahren beim Zinssatz von 7,5 %.

Aufgabe 3

Herr Hummel zahlt jeweils zu Jahresbeginn 2.500 € auf einen Ratensparvertrag ein. Das Geld wird mit 8,75 % verzinst. Auf welchen Betrag ist sein Kapital nach Ablauf von 4 Jahren angewachsen ?